

# Математика для Data Science. Базовый курс

Изучите высшую математику для успешной карьеры в Data Science.

Длительность курса: 132 академических часа

## 1 Математический анализ

### 1 Введение

математика в Data Science. Цели и задачи курса.

Обсудим, зачем учить математику, что это даст, и какая польза от неё в мире DataScience.

---

2 **Теория пределов. Часть I**

числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности. Предел функции.

Выучим, как считать предел последовательности, что такое неопределенности, какую информацию они в себе содержат.

---

3 **Теория пределов. Часть II**

определения и основные теоремы. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые, основные теоремы и применение.

Правила и законы операций с пределами. Что можно и что нельзя делать.

Домашние задания

1 Вычисление производных и пределов значений функции в бесконечности

---

4 **Непрерывность и дифференцируемость функции**

непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на промежутке. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на промежутке.

Определим условия, при которых функция называется непрерывной, и какие плюсы это даёт нам.

---

## 5 Первая производная

определение и интерпретация производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная как абсолютная скорость изменений и эластичность как относительная скорость изменений. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная и арифметические операции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций.

Сможем вычислить производную любой функции или докажем, что ее не существует.

Домашние задания

- 1 Задачи на вычисление производных, построение линейной аппроксимации функции

---

## 6 Вторая производная

геометрический смысл второй производной. Выпуклые функции. Применение второй производной в задачах оптимизации.

Вторая производная определяет свойства выпуклости функции и, соответственно, позволяет определить свойства экстремальных точек функции.

---

## 7 Оптимизация функции (одной переменной)

точки возрастания, убывания, локального минимума и локального максимума числовой функции. Интерпретации знака производной как признак точки возрастания или убывания. Необходимое условие экстремума.

Вспомним, как вычислить максимум или минимум функции, сможем отличать их от "седловых" точек функции.

Домашние задания

- 1 Решение задач максимизации функции, минимизации функции ошибок (на примере задачи линейной регрессии)
- 

## 8 Теория рядов. Часть I

понятие положительного, знакочередующегося и степенного рядов. Область сходимости. Простейшие свойства функциональных рядов. Абсолютная и условная сходимость.

Выучим определение ряда, научимся определять сходимость положительных рядов.

---

## 9 Теория рядов. Часть II

выучим признаки сходимости знакочередующихся рядов. Поймём, что такое интервал сходимости, и сможем его вычислять.

Домашние задания

- 1 Определение интервала сходимости степенных рядов
-

10	<p><b>Формула Тейлора</b></p> <p>формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции.</p>
11	<p><b>Неопределенное интегрирование</b></p> <p>определения и простейшие свойства. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования подстановкой. Метод интегрирования по частям.</p> <p>Научимся интегрировать функции разными способами: заменой и по частям. Сможем интегрировать функции <math>x^n \sin(x)</math>.</p> <p>Домашние задания</p> <p>1 Разложение функции в ряд Тейлора, аппроксимация функции с заданной точностью.</p>
12	<p><b>Определенное интегрирование</b></p> <p>понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Понятие о рациональных функциях. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>С помощью определённого интеграла будем считать под графиком функции. Также обсудим способы аппроксимации значения интеграла.</p>

## 13 **Несобственные интегралы**

понятие несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость.

Будем считать интеграл, когда границы интегрирования стремятся в бесконечность.

Домашние задания

- 1 Решение задач по вычислению определенных интегралов, расчет площади/объемов фигур
- 

## 14 **Функции 2-х переменных**

частные производные 1-го порядка и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков.

Узнаем, как считать производные функции от многих переменных, как это может быть представлено на плоскости или в многомерном пространстве.

## 2 Линейная алгебра

### 1 Матрицы и элементарные операции

системы линейных уравнений. Определение матрицы. Виды матриц. Сложение. Умножение. Транспонирование.

Выучим метод Гаусса, а также сможет строить матрицы и выполнять операции с ними.

Домашние задания

- 1 Сложение, умножение, транспонирование матриц
- 

### 2 Линейная зависимость

линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости, база и ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

Как найти базис? Для чего он нужен и что с ним делать?

---

### 3 **Определитель**

определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Критерий равенства определителя нулю. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу). Теорема Крамера о системах линейных уравнений с квадратной матрицей.

Научимся считать определитель любой матрицы, поймём, как его применять. Сможем считать даже на Python.

Домашние задания

- 1 Вычисление определителя квадратных матриц и ранга произвольных матриц
- 

### 4 **Обратная матрица**

определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Критерий равенства определителя нулю. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу). Теорема Крамера о системах линейных уравнений с квадратной матрицей.

Обсудим разные хитрости, как быстро считать обратную матрицу, какие бывают проблемы и как их можно решить.

---



## 5 СЛАУ

критерий совместимости СЛАУ (теорема Кронекера-Капелли). Решение произвольных систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными методом Гаусса. Однородные СЛАУ и их решение.

Узнаем критерий, который скажет, существует ли решение или его нет.

Домашние задания

- 1 Решение СЛАУ различными способами
- 

## 6 Векторная алгебра

линейные векторные пространства. Линейные преобразования. Скалярное и векторное произведение векторов.

Построенное множество векторов, можно упорядочить и определить операции, возможные над ним.

---

## 7 Диагонализация матрицы. Часть 1

собственные значения и собственные векторы.

Сможем определять собственные числа и собственные вектора для матрицы.

Домашние задания

- 1 Посчитать собственные числа и векторы
- 

## 8 Диагонализация матрицы. Часть 2

собственные значения и собственные векторы.

Научимся диагонализировать матрицу и переводить ее в базис из собственных векторов.

---

## 9 MidTerm

практическое занятие. Решение задач.

Больше практики! Решаем задачи и освежаем в памяти результаты 2-х месяцев учебы.

Домашние задания

- 1 Решение задач на все изученные темы

# 3 Теория вероятностей

## 1 Случайные события

опыт и его исходы. Пространство элементарных событий. Вероятность события. Независимость событий. Условная вероятность. Формулы сложения и умножения. Формулы полной вероятности и Байеса.

Узнаем о множестве всевозможных исходов и поймём определение вероятности.

---

## 2 Случайные величины

случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины и способы его описания. Моментные характеристики случайных величин. Компьютерное моделирование необходимого распределения.

Выучим наиболее распространённые распределения для дискретных и непрерывных случайных величин.

Домашние задания

- 1 Задачи на анализ дискретных случайных величин
- 

## 3 Основные законы распределения. Часть I

основные законы распределения и их физический смысл: биномиальное, пуассоновское, экспоненциальное, равномерное, гауссовское.

Поймём, в каких условиях лучше применять тот или иной вид распределения, какие у них плюсы и минусы.

---

4 **Основные законы распределения.**  
**Часть II**

основные законы распределения и их физический смысл: биномиальное, пуассоновское, экспоненциальное, равномерное, гауссовское.

Понимание ключевых математических теорем, которые позволяют и ограничивают применение тех методов, которые мы используем регулярно в DS. Сформулируем ответы на вопросы: как тот или иной метод возник? При каких условиях его можно применять? В каких случаях этот метод применять нельзя?

Домашние задания

- 1 Задачи на предыдущие темы курса: максимизировать функцию, отнормировать относительно среднего, вычислить количество возможных повторений.

---

5 **Условные распределения**

виды зависимостей случайных величин. Различия и связь между ними. Условные распределения.

Как описать зависимость в данных? Какие зависимости бывают? Какие ошибки в работе с данными могут быть? Все это и не только вы узнаете на этом уроке.

---

**6 Точечные оценки и их свойства**

точечные оценки и их свойства. Метод максимального правдоподобия.

Выучим способы оценки параметров на основе выборочных данных.

Домашние задания

- 1 Построение точечной оценки и определение свойств оценок параметров
- 

**7 Выборочные характеристики. Интервальные оценки**

выборочные характеристики (выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочная функция распределения, гистограмма, ядерные оценки плотности) как оценки теоретических. Доверительные интервалы. Принцип построения доверительных интервалов.

Поймём, какое распределение будет выявлено на выборочных данных.

---

**8 Проверка гипотез. Часть I**

проверка гипотезы о законе распределения выборки. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о независимости двух номинальных признаков. Критерий хи-квадрат.

Изучим способы и методы проверки гипотез о зависимости данных на основе выборки.

Домашние задания

- 1 Тестирование гипотез на равенство математических ожиданий при различных типах выборки
-

9 **Проверка гипотез. Часть II**

проверка гипотезы о законе распределения выборки. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о независимости двух номинальных признаков. Критерий хи-квадрат.

Узнаем основные типы гипотез и порядка их тестирования.

---

10 **Регрессии. Часть I**

линейные, многомерные, логистические регрессии. МНК, ММП, ММ.

Вы будете знать теорему Гаусса-Маркова, а также основные виды регрессий для оценки зависимости в данных.

Домашние задания

- 1 Построить линейную регрессию в Python
- 

11 **Регрессии. Часть II**

линейные, многомерные, логистические регрессии. МНК, ММП, ММ.

Научимся строить модели зависимых переменных.